

УДК 373.5.016:53]:[37.017:140.8]:303.72(045)

DOI: 10.31499/2706-6258.2(10).2023.290580

## ЛОГІКО-МЕТОДОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ЗМІСТУ ФІЗИЧНИХ ПОНЯТЬ В КОНТЕКСТІ ФОРМУВАННЯ НАУКОВОЇ КАРТИНИ СВІТУ У ПРОФІЛЬНИХ КЛАСАХ З ПОГЛИБЛЕНИМ ВИВЧЕННЯМ ФІЗИКИ

**Сергій Терещук**, доктор педагогічних наук, доцент, професор кафедри фізики та інтегративних технологій навчання природничих наук, Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини.

ORCID: 0000-0002-1084-5838

E-mail: s.i.tereschuk@udpu.edu.ua

*У статті здійснено аналіз понять «маса», «маса спокою», «релятивістська маса» «енергія» та розглянуто їх змістове наповнення відповідно до сучасних наукових уявлень. Проведено аналіз вказаних понять у підручниках фізики та відповідність їх сучасним науковим теоріям – спеціальної теорії відносності та квантової теорії. На підставі проведеного аналізу наукової літератури, показано, що згідно з формалізмом Мінковського маса є скалярною величиною, яка залежить від 4-вектора імпульсу, а тому не залежить від вибору системи відліку. Введення поняття релятивістської маси та функціонального зв'язку маси та швидкості є невиправданим. У методиці навчання фізики необхідно враховувати вказані особливості, оскільки у підручниках зустрічається неправильний або неточний виклад понять «маса спокою», «енергія спокою», «повна енергія» та зв'язок енергії спокою із швидкістю світла у вакуумі. Вказані поняття відіграють важливу роль при формуванні наукової картини світу в учнів ліцеїв.*  
**Ключові слова:** наукова картина світу; спеціальна теорія відносності; квантова теорія; маса; енергія; імпульс; маса спокою; енергія спокою; релятивістська маса.

## LOGICAL AND METHODOLOGICAL ANALYSIS OF THE CONTENT OF PHYSICAL CONCEPTS IN THE CONTEXT OF THE FORMATION OF A SCIENTIFIC PICTURE OF THE WORLD IN SPECIALIZED CLASSES WITH AN IN-DEPTH STUDY OF PHYSICS

**Serhii Tereshchuk**, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Physics and Integrative Technologies of Teaching Natural Sciences, Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University.

ORCID: 0000-0002-1084-5838

E-mail: s.i.tereschuk@udpu.edu.ua

*The article analyzes the concepts of “mass”, “rest mass”, “relativistic mass”, “energy” and considers their content in accordance with modern scientific ideas. An analysis of the specified concepts in physics textbooks and their correspondence to modern scientific theories – special relativity and quantum theory – was carried out. Based on the analysis of the scientific literature, it is shown that according to Minkovsky’s formalism, mass is a scalar quantity that depends on the 4-vector momentum, and*

*therefore does not depend on the choice of reference system. The introduction of the concept of relativistic mass and the functional relationship between mass and speed is unjustified. In the teaching methodology of physics, it is necessary to take into account the specified features, since in textbooks there is an incorrect or inaccurate description of the concepts "rest mass", "rest energy", "total energy" and the connection of rest energy with the speed of light in a vacuum. These concepts play an important role in the formation of a scientific picture of the world in lyceum students.*

*In most studies, despite their scientific value and practical significance for the methodology of teaching physics and natural sciences in general, insufficient attention is paid to the formation of fundamental concepts that are the basis of relevant physical theories. The analysis of modern programs and textbooks shows that the system of physical concepts in the school course consists mainly of fundamental concepts, the formation of which occurs throughout the course of physics taught in gymnasiums and lyceums. The level of formation of these concepts should correspond to the current level of their interpretation in science. However, the structuring of the educational material only in general terms repeats the structure of physical science, as it takes into account the didactic aspect of physical knowledge.*

**Keywords:** *scientific picture of the world; special theory of relativity; quantum theory; mass; energy; momentum; rest mass; rest energy; relativistic mass.*

Логіка структури та змісту навчального матеріалу з фізики визначається логікою фізичної науки, її методологією та розвитком змісту окремих наукових понять. Відтворення в освітньому процесі умов, за яких навчальна траєкторія точно повторюватиме увесь історичний шлях становлення відповідних понять, немає сенсу (тим більше, що цей шлях був подекуди складним і звивистим). Зміст фізичних понять, який відбиває його точне наукове трактування, складний і не завжди зрозумілий пересічному учневі. Водночас розвиток фізичної науки, оновлення її поняттєвого апарату, відмова від застарілих понять та уявлень, накладає вимогу перманентного оновлення методичних систем. У теорії методики навчання фізики існує проблема оновлення змісту освітніх концепцій та методичних систем, а серед більшості дослідників завжди панувала думка про необхідність періодичного перегляду концептуальних положень теорії і методики навчання фізики в загальноосвітній школі.

Перегляд концептуальних та методологічних основ навчання має два аспекти – процесуальний та змістовий. Процесуальний є віддзеркаленням множини проблем пов'язаних зі структуруванням навчального матеріалу, логікою його побудови. Змістова складова окреслює коло проблем відбору та наповнення структури шкільного курсу фізики науковими поняттями та проблем змісту самих понять, їх інтерпретацією в сучасне освітнє середовище.

Традиційно процес формування змісту навчання базувався на дидактичних принципах систематичності, науковості та доступності. Коли мова йде про модернізацію структури та змісту навчання як дидактичного засобу удосконалення педагогічних технологій, слід додати принцип оптимізації змісту освіти.

Означений принцип дозволяє з'єднати змістові одиниці найкоротшими логічними зв'язками, навчальний матеріал не дублювати, а його розгортання зосередити навколо найбільш загальних наукових ідей, принципів і теорій. Процесуально принцип оптимізації реалізується через генералізацію структури та змісту навчання фізики, яка відбиває дедуктивний шлях пізнання. Виокремлення в навчальному матеріалі найбільш загальних і фундаментальних (генеральних) ідей, наукових положень (змістових узагальнень) чи моделей, які дозволяють розв'язувати суму часткових задач, слугують системоутворювальною основою, яка концентрує

знання у наукову картину світу. Отже, принципи систематичності та оптимізації процесуально пов'язані між собою, що зумовлено необхідністю послідовного формування систем в індивідуальних знаннях учнів: внутрішньопредметних, міжпредметних, частковопонятійних.

Формування у здобувачів освіти наукової картини світу завжди було важливою науковою проблемою в теорії та методиці навчання фізики. В останнє десятиріччя спостерігається посилення уваги до концепту «наукова картина світу» як до універсального образу дійсності, який формується через інтеграційні підходи в освіті. У численних наукових працях дослідників були розглянуті питання формування наукового світогляду в учнів на уроках фізики, зокрема цій проблематиці присвятили свої дослідження П. Атаманчук, О. Бугайов, С. Гончаренко, Є. Коршак, О. Ляшенко, М. Мартинюк, А. Павленко, М. Садовий, О. Сергєєв, В. Шарко, О. Школа, М. Шут та інші.

У своїх численних працях, присвячених проблемам формування наукової картини світу, академік С. Гончаренко підкреслював роль інтеграції у формуванні наукової картини світу: «...в світоглядному контексті здійснюється синтез знань, їхня інтеграція й диференціація, формується дуже важливий для освіти інтегративний пізнавальний образ – наукова картина світу» [2, с. 5].

На думку О. Школи, науковий світогляд являє собою органічну єдність конкретно-історичних наукових, філософських, соціально-політичних, економічних, правових, моральних знань, поглядів і переконань людини, що складають основу розуміння нею закономірностей розвитку природи, суспільства й мислення та визначають її активну життєву позицію [11, с. 276].

М. Садовий, О. Трифонова та С. Стадніченко запропонували підхід з формування сучасної наукової картини світу, який полягає в підборі методів навчання, орієнтованих на формування системи «наскрізних понять» [8].

Схожу модель формування наукової картини світу розробив М. Растьогін, наголошуючи на застосуванні таких методів організації навчально-пізнавальної діяльності учнів, як когнітивні, креативні та організаційно-діяльнісні [7].

Кардинально новий підхід запропоновано академіком М. Мартинюком. На думку вченого, дослідження з формування наукової картини світу зазвичай розглядаються в межах окремих навчальних предметів (фізики, астрономії, хімії, біології і т. д.), а тому не можуть претендувати на завершеність, що цілком природно. З метою розв'язання цієї наукової проблеми, запропоновано міждисциплінарний інтегрований курс «Сучасна природничо-наукова картина світу» для здобувачів вищої освіти, який побудовано на основі міжпредметного діалогу і який покликаний об'єднати та завершити формування наукової картини світу, що була розпочата в гімназіях та ліцеях при вивченні учнями природничих наук [6].

У більшості досліджень, незважаючи на їх незаперечну наукову цінність та практичну значущість для методики навчання фізики і природничих наук, недостатня увага приділяється формуванню фундаментальних понять, які є базисом відповідних фізичних теорій. Аналіз сучасних програм та підручників показує, що система фізичних понять у шкільному курсі складається переважно з фундаментальних понять, формування яких відбувається протягом усього курсу фізики, що викладається в гімназіях та ліцеях. Рівень сформованості цих понять повинен відповідати сучасному

рівню їх трактування у науці. Однак, структурування навчального матеріалу лише в загальних рисах повторює структуру фізичної науки, оскільки враховує дидактичний аспект фізичного знання [5]. Це призводить до появи методичної проблеми з узгодження змісту даного поняття зі сприйняттям його учнем як власного знання, яке згодом переростає у переконання, а відтак стає частиною його наукової картини світу. Збій у процесі узгодження змісту поняття із переконаннями учня, пов'язаний із складним науковим апаратом фізичної теорії. Автор статті не ставить за мету відразу показати розв'язок цієї проблеми, проте першим кроком на шляху її розв'язання має бути ретельний аналіз наукових понять для їх узгодження із відповідними фізичними поняттями, які засвоюються учнями. Такий аналіз складається з двох кроків: 1) розгляд змісту понять у сучасній науці, їх сучасне наукове трактування; 2) приведення змісту понять, що вивчаються, у відповідність до сучасних наукових уявлень. Саме такому аналізу й присвячена дана стаття. Отже, нижче буде розглянуто генезис деяких фундаментальних понять квантової теорії й теорії відносності Ейнштейна.

Для вирішення означеної проблеми, було проведено науково-методичний аналіз фундаментальних фізичних понять, формування яких здійснюється протягом усього шкільного курсу фізики і які досягають найвищої наукової концентрації у квантовій фізиці та теорії відносності Ейнштейна. До таких понять належать *маса* і *енергія*. Необхідність розгляду цих понять в рамках теорії відносності Ейнштейна викликана тим, що маса, енергія та імпульс набувають нових (відносно класичних уявлень) трактувань в межах СТВ та ЗТВ, а тому вносять помітні зміни в сучасну наукову картину світу учнів.

Етимологія слова «маса» до кінця не з'ясована. Припускається, що термін «маса» походить від грецького *μαζα* (ячмінний хліб) або старосєврейського *mazza* (не заквашений хліб). Сучасний термін «маса», який вживається у фізиці, походить від латинського *massa* – спочатку шматок пасти або тіста і в сучасному контексті – шматок чи конгломерат тіл.

Концептуалізація поняття маси відбулося через розвиток ідеї інертності матерії в дослідженнях Кеплера. Другий етап був значно віддалений у часі від першого внаслідок ігнорування поняття маси в картезіанській концепції світобудови. Передумовою утворення поняття інертної маси можна вважати дослідження пружних і непружних зіткнень твердих тіл в працях Х. Гюйгенса, Ж. Ріше та ін. Вперше термін «маса» використав І. Ньютон в «Математичних началах натуральної філософії» (*Philosophiae naturalis Principia mathematica*). Хоч ньютонівське визначення маси та встановлення його відношення до поняття ваги стало предметом жвавих дискусій, можна вважати, що етап систематизації поняття «маса» було започатковано саме І. Ньютоном, що мало вирішальне значення не лише для розвитку механіки, але й науки в цілому.

Протягом тривалого часу (XVII–XIX ст.) вважалося, що маса як фізична величина характеризує «кількість речовини» в певному тілі (досліджуваному об'єкті). Масу представляли як міру кількості речовини аж до 50-х років минулого століття. Так, у 1957 році радянські дослідники історії науки вказували на недоречність такого трактування маси і доводили, що Ньютон під терміном «маса» розумів не кількість речовини (як це тоді вважалося), а міру інертних властивостей матерії. Такій розповсюдженій помилці посприяв неточний переклад означення маси, здійснений А. Криловим.

У сучасній класичній механіці вважається, що:

- маса складного тіла дорівнює сумі мас тіл, що його складають (адитивність маси);
- маса ізольованої системи тіл зберігається з плином часу при будь-яких процесах всередині цієї системи;
- маса тіла не змінюється при переході від однієї системи відліку до іншої, наприклад, вона однакова в різних інерціальних системах відліку;
- маса тіла є мірою його інертності;
- маса тіла є мірою гравітаційної взаємодії.

У ньютонівській механіці масою матеріальної точки називають позитивну скалярну величину, що є мірою інертності цієї точки [1]. Згідно з другим законом Ньютона, імпульс тіла змінюється з часом лише в результаті взаємодії з іншими тілами:

$$\frac{dp}{dt} = F \quad (1)$$

або 
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (2)$$

У формулі (2) маса виступає в ролі коефіцієнта пропорційності, який не залежить від сили, що діє на тіло та прискорення цього тіла. Використовувати масу як міру інертності тіла, дозволяє ще одна формула:

$$\vec{p} = m \times \vec{v} \quad (3)$$

Оскільки для  $\vec{F}$ ,  $\vec{a}$  та  $\vec{v}$  існують операційні визначники, формули (2) або (3) дають операційні визначники маси. Таким чином, інертна маса має дві різних дефініції, які виражаються через співвідношення (2) і (3). Зазвичай для операційного визначення маси пропонується використовувати лише формулу (3), оскільки маса, згідно з СТВ, залежить від швидкості тіла. Якщо врахувати цю залежність, операція визначення маси тіла буде виглядати наступним чином. Тіло спочатку потрібно буде зупинити і після цього можна застосувати формулу (2) або формулу (3) для малих швидкостей (тобто для швидкостей, які малі порівняно з швидкістю світла у вакуумі  $v \ll c$ ). Отримане в такий спосіб числове значення називається *масою спокою*. Якщо ж тіло попередньо не зупинити для вимірювання його маси, формулу (2), використовувати не можна. Це пояснюється тим, що коефіцієнт у формулі (2) стає тензором, оскільки залежить від напрямку векторів  $\vec{F}$  та  $\vec{v}$  одне відносно одного. Звідси можна зробити висновок, що формула (2) непридатна для визначення маси.

Існує й інший підхід, який полягає в тому, що маса не залежить від швидкості тіла, а відтак, для визначення маси можна скористатися обома визначеннями. Звідси неминуче випливає висновок, що поняття «маса спокою» та «релятивістська маса» не мають сенсу.

Таким чином, потребують уточнення і приведення до рівня сучасних наукових уявлень поняття маси, маси спокою, релятивістської маси тощо. Як буде видно далі, уточнення цих понять приведе до виявлення суттєвих помилок, які, на жаль, поширені в програмах і підручниках. З цією метою нами було проаналізовано поняття маси в контексті її зв'язку з іншими поняттями – енергією та імпульсом в рамках СТВ.

У СТВ масу визначають через зв'язок енергії-імпульсу:

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = v^2 \cdot c^4 \quad (4)$$

звідки 
$$m^2 = \frac{E^2}{c^4} - \frac{p^2}{c^2} \quad (5)$$

Імпульс визначається зі співвідношення:

$$p = \frac{v \cdot E}{c^2} \quad (6)$$

де  $E$  – енергія,  $p$  – імпульс матеріальної точки,  $m$  – маса тіла (матеріальної точки),  $v$  – швидкість матеріальної точки чи системи. Енергія та імпульс є компонентами чотирьохмірного вектора і змінюються при переході до іншої інерціальної системи відліку у відповідності до перетворень Лоренца, а маса залишається лоренцевим інваріантом.

Тепер покажемо, що маса в ньютонівській механіці і маса того ж тіла в релятивістській механіці – одна й та сама величина, тому термін «релятивістська маса» позбавлений фізичного сенсу.

З рівнянь (4) і (5) маємо:

$$E = m \cdot c^2 \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] = m \cdot c^2 \cdot \gamma \quad (7)$$

$$p = m \cdot v \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] = m \cdot v \cdot \gamma, \quad (8)$$

де  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$ .

Кінетичну енергію  $E_{kin}$  можна визначити як різницю повної енергії  $E$  і енергії спокою  $E_0$ :

$$E_{kin} = E - E_0 = m \cdot c^2 \cdot (\gamma - 1) = m \cdot c^2 \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right], \quad (9)$$

де  $m$  – маса матеріальної точки. Якщо розкласти  $\left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$  в ряд Маклорена, отримаємо:

$$E_{kin} = m \cdot c^2 \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{v^4}{c^4} + \dots \right] \quad (10)$$

Якщо  $v/c \ll 1$ , то для виразів (8) і (10) будемо мати звичайний вираз для імпульсу та кінетичної енергії в класичній механіці:

$$p = m \cdot v \quad (11)$$

$$E_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (12)$$

Аналізуючи отриманий результат, легко помітити, що маса тіла в ньютонівській механіці (формули (11) і (12)) і маса цього ж тіла в релятивістській механіці (формули (7) і (8)) – одна й та сама величина.

З'ясуємо зміст поняття «релятивістська маса», яке передбачає зв'язок маси та швидкості матеріальної точки. Слід підкреслити історичний аспект. Уявлення про масу, що залежить від швидкості частинки, було вперше розглянуто задовго до створення СТВ ще у працях Томсона [16], Хевісайда [13], Абрагама [12], Лоренца [14], Пуанкаре [15] та в статтях численних публікаціях багатьох інших дослідників.

У СТВ рівняння записують у чотирьохвекторній формі, оскільки відповідно до першого постулату Ейнштейна усі основні закони фізики мусять мати однакову форму у будь-якій інерціальній системі відліку, а, отже, записуватися в коваріантному вигляді

відносно перетворень Лоренца. Ця вимога приводить до того, що ліві і праві частини рівнянь можуть бути: а) скалярними (інваріантними) величинами; б) 4-векторами; в) тензорами однакового порядку. Таким чином, якщо записати рівняння руху в 4-векторній формі і визначити компоненти 4-сили Мінковського, буде забезпечений принцип відносності і, водночас, отримано чотири компоненти рівняння руху. Три компоненти дозволить проаналізувати зміст і походження поняття «релятивістська маса».

У відповідності до чотиривимірного формалізму динаміка матеріальної точки описується рівняннями:

$$d\frac{\vec{P}}{\tau} = \vec{F} \quad (13)$$

або в компонентах,

$$m \frac{du_i}{d\tau} = F_i \quad (14)$$

де  $\vec{F}$  – 4-вектор сили,  $\frac{d\vec{P}}{d\tau}$  – 4-вектор в якому диференціювання ведеться за інваріантним часом  $d\tau$ ;  $F_i$  та  $u_i$  – чотири-сила та чотири-швидкість відповідно. Компоненти вектора  $\frac{d\vec{P}}{d\tau}$  можна отримати через компоненти  $\frac{d\vec{v}}{d\tau}$ , врахувавши, що  $m$  є інваріантом:

$$\frac{dP}{d\tau} \left( \gamma \frac{d}{dt} (m\gamma v), i\gamma \frac{d}{dt} (mc\gamma) \right) \quad (15)$$

Для визначення трьох перших компонентів сили Мінковського треба врахувати, що вони пропорційні компонентам 3-сили, оскільки при  $\beta \rightarrow 0$  рівняння динаміки повинні перейти до класичного виду (1). За цієї умови перші три компоненти дорівнюватимуть

$$\frac{d}{dt} (m\gamma v) = F, \quad (16)$$

де  $F$  – ньютонівська сила у тривимірному просторі.

Порівнюючи формули (1) і (16), неважко зрозуміти, що релятивістський три-імпульс (тобто три перших компоненти чотири-імпульсу  $P$ ) визначається так:

$$p = m\gamma v \quad (17)$$

Квадрат 4-вектора швидкості можна знайти за формулою:

$$\vec{V}^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = -c^2 \quad (18)$$

Диференціюємо (18) по  $\tau$ :

$$u_1 \frac{du_1}{d\tau} + u_2 \frac{du_2}{d\tau} + u_3 \frac{du_3}{d\tau} + u_4 \frac{du_4}{d\tau} = 0 \quad (19)$$

Порівнюючи (19) з (14) і враховуючи, що  $\frac{du_1}{d\tau} = \frac{F_i}{m}$ , можна переписати рівняння (19) інакше:

$$\gamma v_x \frac{\gamma F_x}{m} + \gamma v_y \frac{\gamma F_y}{m} + \gamma v_z \frac{\gamma F_z}{m} + ic \frac{\gamma F_4}{m} = 0 \quad (19)^*$$

З останнього рівняння видно, що три перших компоненти  $F_i$  відповідають формулі (16), а четверта компонента дорівнює:

$$F_4 = \frac{i\gamma}{c} (Fc) \quad (20)$$

Враховуючи рівняння (14), (16) та (20) в загальному вигляді силу Мінковського можна представити так:

$$F \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \\ \gamma F_x & \gamma F_y & \gamma F_z & i \frac{\gamma}{c} (Fv) \end{pmatrix} \equiv \left( \gamma F, i \frac{\gamma}{c} (Fv) \right) \quad (21)$$

Тепер прирівнявши відповідні компоненти рівнянь (15) і (21), будемо мати:

$$i\gamma \frac{d}{dt} (m\gamma c) = i \frac{\gamma}{c} (Fv)$$

звідки

$$\frac{d}{dt} (m\gamma c^2) = Fv \quad (22)$$

Отримане рівняння має важливий фізичний зміст. справа маємо роботу, отже зліва – зміна енергії. Повна енергія вільної релятивістської частинки визначається:

$$E = mc^2\gamma = mc^2 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (23)$$

Важливо підкреслити, що енергія, яка визначається формулою (23) включає енергію спокою. Дійсно, якщо  $v = 0$ , то матеріальна точка матиме енергію спокою  $E_0 = mc^2$ . Це важливий висновок, який свідчить про неправомірне застосування формули  $E = mc^2$  у підручниках [2], [4], якщо вважати, що зліва повна енергія частинки (чи матеріальної точки). Натомість у підручнику [9] наводиться формула (23) та відзначається, що при малих швидкостях порівняно із швидкістю світла у вакуумі, вона набуває вигляду  $E = mc^2$ . Повну енергію автори записують  $E(v) = mc^2 + mv^2/2$ , причому  $mc^2$  називають енергією спокою, не вводячи позначення  $E_0$ , що є, на наш погляд, позитивним підходом, адже дозволяє зменшити кількість позначень і краще розуміти суть даного питання [9, с. 158].

Порівняльний аналіз формул (1) і (16) показує, що класична механіка є граничним випадком релятивістської механіки, оскільки при  $\beta = \frac{v}{c} \ll 1$ , рівняння (16) переходить в (1). Часто  $m\gamma$  називають релятивістською масою, що є некоректно, бо за цієї умови необхідно застосовувати нерелятивістський вираз імпульсу (3) для релятивістських частинок, що є прямим порушенням положень СТВ. Наслідком цього є, як вже сказано вище, неправомірне використання формули  $E = mc^2$ .

Тепер обґрунтуємо операційний визначник маси. Для цього перепишемо ліву частину (16), враховуючи (23):

$$\frac{d}{dt} (m\gamma v) = \frac{d}{dt} \left( \frac{E}{c^2} \cdot v \right) = \frac{v}{c^2} \frac{dE}{dt} + \frac{E}{c^2} \frac{dv}{dt} = \frac{v}{c^2} (Fv) + m\gamma \frac{dv}{dt} \quad (24)$$

та перегрупуємо члени в (1) і (24):

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad (1)^*$$

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\gamma} \left( F - \frac{v}{c^2} (Fv) \right) = \frac{1}{\gamma} (F - \beta(F\beta)) \quad (24)^*$$

Остаточно з рівняння (24)\*:

$$m\gamma\alpha = F - (F\beta)\beta \quad (26)$$

Якщо відносно інерціальної системи відліку швидкість матеріальної точки  $v = 0$ , то (24)\* переходить в (1)\*. Аналіз рівнянь (1)\*, (16), (24)\* та (26), показує, що основна відмінність класичного закону від релятивістського полягає в тому, що в релятивістському законі напрямок вектора рівнодійної сил не співпадає з напрямком прискорення, як це має місце в нерелятивістському випадку і впливає з (1)\*. Так, якщо



сила, що діє на матеріальну точку (частинку) перпендикулярна до вектора швидкості  $\vec{F} \perp \vec{v}$ , тоді з (26) випливає

$$F = m\gamma\alpha = m\gamma \frac{dv}{dt} \quad (27)$$

Аналіз рівнянь (22) і (23) показує, що для випадку (27)  $\gamma = const$ .

Наприклад, рух зарядженої частинки в магнітному полі відбувається за законом (27), тобто згідно класичного закону з незмінною в часі масою  $\gamma m$ .

Якщо ж сила паралельна до вектора швидкості  $\vec{F} \parallel \vec{v}$ , то з (26) будемо мати:

$$F = m\gamma^2\alpha = m\gamma^3 \frac{dv}{dt} \quad (28)$$

Цікаво, що для випадку (28)  $\gamma$  – змінна величина.

На підставі проведеного аналізу літературних джерел та аналізу відповідних законів фізики теорії поля та теорії відносності, можемо стверджувати наступне:

- в СТВ операційно визначати інертну масу через  $m = \frac{F}{a}$  неможливо, оскільки вона залежить від взаємного напрямку векторів  $\vec{F}$  та  $\vec{v}$ ;

- не існує єдиної для усіх випадків залежності маси від швидкості, оскільки для двох часткових випадків, наведених вище, маємо різні залежності маси від швидкості, що випливає з рівнянь (1)\* і (26).

Урамк класичній фізиці важливу роль відіграють три закони збереження:

- закон збереження імпульсу;
- закон збереження маси (Лавуазьє);
- закон збереження енергії (Маєр, Джоуль, Гельмгольц).

Враховуючи вектор 3-імпульсу в до-релятивістській фізиці, можна на підставі вказаних законів отримати п'ять рівнянь, яким мусить підкорятися будь-який фізичний процес. В теорії відносності натомість лише один закон збереження імпульсу-енергії, причому чотири вектор  $\vec{P}$  для вільної частинки можна вважати вектором імпульсу-енергії (15).

З формули  $\vec{P} = m\vec{V}$ , враховуючи рівняння (18), випливає:

$$\vec{P}^2 = -m^2c^2 \quad (29)$$

Закон перетворення компонент 4-вектора  $\vec{P}$  можна представити у такій формі:

$$\vec{P} \left( p, i \frac{E}{c} \right), \quad (30)$$

де  $p = m\gamma v$ .

З формул (29) і (30) квадрат 4-вектора  $P$ :

$$\vec{P}^2 \equiv p^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m^2c^2 \quad (31)$$

Рівняння (31) виражає інваріантний зв'язок між імпульсом та енергією частинки, водночас визначає її інваріантну масу.

Отже, на підставі отриманих вище рівнянь, можемо стверджувати:

1. Згідно з формалізмом Мінковського маса  $m$  є скалярною величиною і дорівнює довжині 4-вектора  $\vec{P}$ , тому не залежить від вибору системи відліку.

2. Введення поняття «релятивістська маса» є невиправданим, оскільки порушує логіку використання даного поняття і призводить до виникнення цілої низки понять, що вносять плутанину в операційне визначення інертної маси як

фізичної величини («поздовжня маса», «поперечна маса», «релятивістська маса», «власна маса» тощо).

3. У рамках СТВ немає сенсу говорити про функціональний зв'язок маси та швидкості, оскільки визначення маси залежить від взаємного напрямку векторів  $\vec{F}$  та  $\vec{v}$ .

У якості подальших наукових пошуків слід розробити, обґрунтувати та впровадити в освітнє середовище ліцеїв (у класах з поглибленим вивчення фізики) методичну систему навчання фізики, в якій будуть враховані особливості сучасного наукового трактування фундаментальних фізичних понять маси, енергії та імпульсу без залучення складного математичного апарату та застарілих понять, які не використовуються в сучасній науковій термінології.

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Воловик П. М. Фізика: для ун-тів. К.; Ірпінь: Перун, 2005. 864 с.
2. Гончаренко С. У. Фізика: проб. навч. посіб. для 11 кл шк III ступ., гімназій і ліцеїв гуманіт проф. К.: Освіта, 1998. 287 с.
3. Гончаренко С. У. Формування у дорослих сучасної наукової картини світу: монографія. Київ: ІПОД НАПН України, 2013. 220 с.
4. Коршак С. В., Ляшенко О. І., Савченко В. Ф. Фізика: 11 клас. К.: Генеза, 2011. 256 с.
5. Ляшенко О. І. Формування фізичного знання в учнів середньої школи: логіко-дидактичні основи. К.: Генеза, 1996. 128 с.
6. Мартинюк М. Т., Підгорний О. В. Міждисциплінарний дидактичний комплекс «Сучасна природничо-наукова картина світу» в системі особистісного та професійного становлення майбутнього вчителя природничих наук. *Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Теорія та методика навчання природничих наук.* 2023. № 4. С. 175–188.
7. Растьогін М. Ю. Формування уявлень фізичної картини світу в учнів основної школи у процесі навчання фізики: дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02. Кіровоград, 2012. 252 с.
8. Садовий М., Трифонова О., Стадніченко С. Формування сучасної наукової картини світу засобами системи наскрізних понять. *Наукові записки [Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка]. Серія: Педагогічні науки.* 2014. Вип. 132. С. 65–70.
9. Фізика: підручник для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / В. Г. Бар'яхтар, С. О. Довгий, Ф. Я. Божинова, О. О. Кірюхіна. Харків: Ранок, 2018. 272 с.
10. Формування наукової картини світу учнів ліцею в умовах інтеграції змісту освітніх галузей: практ. посіб. / Ільченко В. Р., Гуз К. Ж., Засекіна Т. М. та ін. Київ: КОНВІ ПРІНТ, 2021. 324 с.
11. Школа О. В. Теоретико-методичні засади навчання теоретичної фізики майбутніх учителів фізики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.02. Київ, 2016. 476 с.
12. Abraham M., Prinzipien der Dynamik des Elektrons. *Annalen der Physik.* Leipzig, 1902. P. 105–179.
13. Heaviside O. On the electromagnetic effects due to the motion of electrification through a dielectric. *Philosophical Magazine.* 1889. No 27. P. 324–339.
14. Lorentz H. Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light. *Proceedings of the Academy of Sciences.* Amsterdam, 1904. No 6. P. 809–831.
15. Poincare H. La theorie de Lorentz et le principe de reaction. *Archives Neerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles.* 1900. No 5. P. 252–278.
16. Tomson J. On the electric and magnetic effects produced by the motion of electrified bodies. *Philosophical Magazine.* 1881. No 11(8). P. 229–249.

### **REFERENCES**

1. Volovyk, P. M. (2005). *Fizyka: dlya universytetiv.* Kyiv; Irpin': Perun [in Ukrainian].
2. Honcharenko, S. U. (1998). *Fizyka.* Kyiv: Osvita [in Ukrainian].
3. Honcharenko, S. U. (2013). *Formuvannya u doroslykh suchasnoyi naukovoï kartyny svitu.* Kyiv: IPOOD NAPN Ukrayiny [in Ukrainian].

4. Korshak, Ye. V., Lyashenko, O. I., Savchenko, V. F. (2011). Fyzyka 11 klas. Kyiv: Heneza [in Ukrainian].
5. Lyashenko, O. I. (1996). Formuvannya fizychnoho znannya v uchniv seredn'oyi shkoly: Lohiko-dydaktychni osnovy. Kyiv: Heneza [in Ukrainian].
6. Martynyuk, M. T., Pidhornyy, O. V. (2023). Mizhdystyplinarnyy dydaktychnyy kompleks "Suchasna pryrodnycho-naukova kartyna svitu" v systemi osobystisnoho ta profesiynoho stanovlennya maybutn'oho vchytelya pryrodnychyykh nauk. *Naukovi zapysky Vinnytskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Mykhaila Kotsiubynskoho. Seriya: Teoriia ta metodyka navchannia pryrodnychyykh nauk*. Vinnytsa, 175–188 [in Ukrainian].
7. Rast'ohin, M. Yu. (2012). Formuvannya uyavlen' fizychnoyi kartyny svitu v uchniv osnovnoyi shkoly u protsesi navchannya fizyky. *Candidate's thesis*. Kirovohrad [in Ukrainian].
8. Sadovyy, M., Tryfonova, O., Stadnichenko, S. (2014). Formuvannya suchasnoyi naukovoï kartyny svitu zasobamy systemy naskriznykh ponyat'. Kirovohrad, 65–70 [in Ukrainian].
9. Bar'yakhtar, V. H., Dovhyy, S. O., Bozhynova, F. Ya., Kiryukhina, O. O. (2018). Fyzyka. Kharkiv: Ranok [in Ukrainian].
10. Il'chenko, V. R., Huz, K. Zh., Zasyekina, T. M. et al. (2021). Formuvannya naukovoï kartyny svitu uchniv litseyu v umovakh intehratsiyi zmistu osvितnikh haluzey. Kyiv: KONVI PRINT [in Ukrainian].
11. Shkola, O. V. (2016). Teoretyko-metodychni zasady navchannya teoretychnoyi fizyky maybutnikh uchyteliv fizyky. *Doctor's thesis*. Kyiv [in Ukrainian].
12. Abraham, M. (1902). Prinzipien der Dynamik des Elektrons. *Annalen der Physik*. Leipzig, 105–179 [in English].
13. Heaviside, O. (1889). On the electromagnetic effects due to the motion of electrification through a dielectric. *Philosophical Magazine*, 324–339 [in English].
14. Lorentz, H. (1904). Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light. *Proceedings of the Academy of Sciences*. Amsterdam, 809–831 [in English].
15. Poincare, H. (1900). La theorie de Lorentz et le principe de reaction. *Archives Neerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles*, 252–278 [in English].
16. Tomson, J. (1881). On the electric and magnetic effects produced by the motion of electrified bodies. *Philosophical Magazine*, 229–249 [in English].