

**Оксана Заїка**

## **Розвиток просторової уяви у майбутніх вчителів математики під час вивчення проєктивної геометрії**

*У статті розглядається питання розвитку просторової уяви у майбутніх вчителів математики під час вивчення курсу проєктивної геометрії. Автор пропонує розв'язання даної проблеми за рахунок використання комп'ютерних програмних комплексів та індивідуальних завдань, що мають дослідницький характер.*

*Ключові слова: просторова уява, проєктивна геометрія, комп'ютерні програмні комплекси.*

*The author writes about the problem of development future teachers' of mathematics spatial imagination during the study of the course of projective geometry. She offers the answers to this problem at the expense of the usage computer programmed complexes and individual assignments which have research character.*

*Key words: spatial imagination, projective geometry, computer programmed complexes.*

Безсумнівним є той факт, що рівень математичної підготовки школярів в більшій мірі залежить від професіоналізму, математичної та загальної культури вчителя. Але як підкреслюють вчителі та науковці, в учнів виникають проблеми під час вивчення стереометрії, пов'язані із низьким рівнем просторової уяви школярів. Сприяти розвитку просторового мислення зможе лише той вчитель, який сам володіє в достатній мірі такою важливою та професійно значимою якістю, як просторова уява.

Студент-математик для успішного навчання по спеціальності повинен володіти математичним мисленням. Математичні об'єкти мають лише одну характеристику: вони знаходяться в певному відношенні. Тому математичне мислення – це абстрактне, теоретичне мислення, об'єкти якого позбавлені будь-якої дійсності і можуть інтерпретуватися довільним чином аби при цьому зберігалися задані між ними відношення. Однією з найважливіших компонентів математичного мислення є просторове мислення, просторова уява. Отже, геометрична освіта включає в себе образний компонент (А.Д. Александров, Г.Д. Глейзер), під яким розуміється певний рівень розвитку просторової уяви.

Проблемою розвитку просторової уяви займаються багато науковців.

Аналіз літератури показав, що в основному просторову уяву у школярів досліджують на основі геометричного матеріалу (Г.Ф. Владимирський, О.М. Кабанова-Меллер, А.Я. Колосовський, Г.Г. Маслова, Г.М. Нікітіна, Н.С. Подходова, А.М. Поляков, А.Д. Семущин, В.С. Столетнев, А.І. Фетисов, А.Н. Чалов, М.Ф. Четверухин, Н.М. Шоластер та інші), географії (О.М. Кабанова-Меллер та інші), креслення (Б.Ф. Ломов, О.М. Кабанова-Меллер, В.С. Столетнев, М.Ф. Четверухин, І.С. Якиманська та інші), математиці (В.І. Зикова, І.Я. Каплунович).

Розвиток просторової уяви у дорослих, студентів розглядають Т.Д. Глейзер, І.Я. Каплунович Л.Ф. Культіна, Г.М. Нікітіна, А.Н. Пижьянова, В.С. Столетнев та інші. Положення про розвиток просторового мислення студентів засобами аналітичної геометрії розглянуті в статті Г.М. Нікітіної, Л.Ф. Культінової, А.Н. Пижьянової [6]. Ними виділені вміння, що відносяться до показників розвитку просторового мислення: передача форми, розмірів, розташування елементів в графічній моделі, зміни точки відліку, аналіз і синтез геометричних образів, розгляд об'єкта з різних точок зору, перетворення геометричного представлення в уяві, зміни структури, наочна оцінка лінійних та кутових величин.

Проблему розвитку просторової уяви студентів (майбутніх викладачів математики) в класичному університеті розглядає в своїй дисертації О.В. Нікуліна [5]. До однієї з умов успішного її розвитку автор відносить розробку та введення за рахунок варіативної частини спеціальних курсів синтетичної геометрії, однією із завдань якої є цілеспрямований розвиток просторової уяви у студентів.

І.А. Бреус [1] у своєму дисертаційному дослідженні виділяє причини слабого розвинення просторової уяви у студентів і пропонує такі напрямки з організації роботи з ними для її розвитку: уточнення та коректування уявлень про геометричні фігури шкільного курсу геометрії; формування уявлень про геометричні тіла, що вивчаються у вищому навчальному закладі.

Проблему розвитку просторової уяви під час вивчення нарисної геометрії вирішує в своєму дисертаційному дослідженні А.М. Корнєєва за рахунок використання динамічних моделей [3]. Вона доводить, що динамічні моделі як дидактичні засоби більш ефективні щодо засвоєння навчального матеріалу, мобілізації уваги, підвищення мотивації до вивчення дисципліни завдяки створенню у пам'яті стереотипів об'єктів і їх перетворень. Дослідником запропоновано новий клас дидактичних засобів формування просторової уяви студентів – «динамічні стереоскопічні моделі», які створені на основі зображень поетапних динамічних побудов та динамічних трансформацій стереоскопічних проєкцій із різним ступенем стереоскопічного

ефекту.

Мета даної статті – показати можливість розвитку просторової уяви у майбутніх вчителів математики під час вивчення курсу проєктивної геометрії, використовуючи організацію індивідуальних завдань у вигляді досліджень та за допомогою комп'ютерних програм.

Серед основних завдань курсу проєктивної геометрії можна виділити наступні: розширення погляду на геометрію (існування неевклідових геометрій); можливість показати існування різних підходів до утворення певної теорії (проєктивну геометрію можна викладати аксіоматично і на основі геометричних перетворень; аналітично та синтетично); навчити використовувати проєктивну геометрію для розв'язування метричних та позиційних задач евклідової геометрії; а також – розвиток просторової уяви.

Багато вчених, досліджуючи уяву, спираються на експериментально виявлені та теоретично обґрунтовані положення про те, що уява є діяльністю по перетворенню уявлень, де під останніми розуміють образи об'єктів та явищ із минулих сприймань, минулого досвіду суб'єкту (Г.А. Владимирський, Л.С. Виготський, А.Д. Герасимова, А.Я. Дудецький, Б.Ф. Ломов, Е.А. Пармон, А.Н. Поляков, С.Л. Рубинштейн, І.В. Страхов, М.Ф. Четверухин та інші).

І.С. Якиманська [2] під просторовою уявою пропонує розуміти вільне володіння та оперуванням просторовими образами, які створюються на різній наочній основі, їх перетворення із врахуванням вимог задачі. Основу просторової уяви як різновиду образного мислення складає діяльність представлень, що відбувається в різних формах, на різних рівнях, вміння утворювати образи та оперувати ними і є певним рівнем розвитку образного (просторового) мислення. Отже, під «просторовою уявою» будемо розуміти діяльність з перетворення просторових представлень в процесі розв'язування геометричних теоретичних та практичних задач.

Психологи, враховуючи свої експерименти та досягнення у фізіології (С. Сперри, В.С. Ротенберг, В.В. Аршанський), вважають, що в мисленні рівноправно представлені дія, слово (поняття) та образ. У зв'язку з цим виділяють два види мислення: понятійне (мисленнєвий процес, в якому використовуються означенні поняття) і образне, яке оперує образами, що виникають у пам'яті чи утворюються уявою. Під час мисленнєвої діяльності образи перетворюються так, що в результаті маніпулювання ними ми можемо знайти розв'язання певної поставленої перед нами задачі. Слід відмітити, що понятійне та образне мислення знаходяться у тісному взаємозв'язку, вони доповнюють одне одне. Понятійне мислення дає більш точне та узагальнене відображення дійсності, але це відображення є абстрактним. Образне

мислення дозволяє отримати конкретне, суб'єктивне відображення оточуючої нас дійсності.

Наочний образ є результатом переробки чуттєвого матеріалу під впливом абстрактного мислення. Зоровий образ утворюється в результаті перцептивних дій (пошук, виявлення, виділення тощо), особливість візуального мислення заключається у виникненні нових візуальних форм, які роблять значення видимим (Н.Ю. Вергилес, В.М. Гордон, В.П. Зинченко, В.М. Мунипов).

Після знайомства з аналітичною геометрією, а отже, й аналітичними методами, курс проєктивної геометрії дає можливість ознайомити та навчити студентів використовувати ще й синтетичні методи геометрії, які складають основу шкільної геометричної освіти.

Під час навчання проєктивної геометрії можуть виникати труднощі у сприйнятті інформації через те, що теоретична база цього курсу дещо відрізняється від звичної для студентів евклідової геометрії. Брак часу на розгляд різних випадків елементів конфігурацій та відображень, креслень фігур теж грає свою негативну роль у формуванні знань та вмінь у студентів. Похибки побудов, які виконуються лінійкою під час вивчення курсу, а також невдалий вибір початкових даних можуть призвести до візуально невірних розв'язку і піддати сумніву теоретичну базу. Крім того, під час розв'язування задач виникає необхідність у неодноразовому виконанні одних і тих самих креслень, що нагромаджує малюнок і робить його непридатним для з'ясування вірності її розв'язання. Слід враховувати й те, що сприйняття статичних зображень суттєво відрізняється від сприйняття динамічних об'єктів. В рухомому середовищі візуальна увага намагається сфокусуватися на обмеженій області, тоді як при розгляді статичних образів візуальна увага розсіюється над цілим зображенням.

Цю проблему можна розв'язати, якщо при викладанні курсу використовувати комп'ютерні програмні комплекси: GRAN, КОМПАС 3D, Derive, EUREKA, Maple, MathCad, Mathematika та ін. При цьому роль комп'ютера може заключатися не лише в демонстрації виконання побудов, а й в стимулюванні детального вивчення теоретичних питань, в розвитку просторової уяви під час розв'язування задач засобами комп'ютерної графіки.

Так, наприклад, на лекційних заняттях можна використовувати як демонстраційний засіб програму Power Point. Завдяки розробленим слайдам викладач має змогу показати виконання малюнків до теорем, при цьому, враховуючи залежність малюнків від вибору початкових даних, дані

зображення, що демонструються на лекції, є наочно правильним (чим економиться час на лекції); також можна показати покрокове його виконання для того, щоб студенти могли отримати в зошитах такий же наочний рисунок. Наприклад, при розгляді теореми Дезарга є необхідність в зображенні двох трикутників, що задовільняють вимогу: якщо прями, що з'єднують відповідні вершини двох трикутників, перетинаються в одній точці, то відповідні сторони цих трикутників перетинаються в точках, що належать одній прямій. Студенти часто обирають невдале розташування цих трикутників (тобто результат перетину сторін трикутників виходять за межі їх зошитів, або розташовані на стільки близько, що зливаються в одну пряму). Для подолання цього можна за допомогою слайдів продемонструвати побудову «з кінця». Таким чином, розроблений електронний супровід лекції дає можливість подавати матеріал в динамічному вигляді (що сприяє розвитку просторової уяви і кращому розумінню суті теорії, що розглядається), виконувати малюнки чіткими, правильними та наочними, дає можливість повторити потрібну складну побудову, економить час на лекції для виконання малюнка, вигляд якого залежить від вдалого розташування початкових даних.

Також, використання під час вивчення проективної геометрії програмно-методичного комплексу GRAN 2D, сприяє розвитку просторової уяви. Оскільки дана програма дозволяє виконувати малюнки з великою точністю, вибір початкових даних не впливає на його результат, дає можливість переносити вже готовий малюнок або окремі його частини, що можна використовувати для розгляду окремих випадків теорем, не виконуючи нової побудови. Цей програмний комплекс можна вдало використати в самостійній роботі студентів та при розв'язуванні задач на побудову, оскільки покрокове виконання зображення дає змогу розглянути послідовність виконаних побудов, розглянути теорему або розв'язок задачі в динаміці. При цьому всі допоміжні побудови слід виконувати блідими лініями або після виконання робити їх невидимими, щоб не загроможувати малюнок. Динамічність зображень дає змогу користуватися одним і тим же малюнком для різних випадків, а також допомагає студентові на особистому досвіді (наочно) переконатися в справедливості та універсальності теорем проективної геометрії.

Для підвищення інтересу до курсу проективної геометрії (що є однією із складових елементів розвитку просторової уяви) варто використовувати індивідуальні завдання у вигляді досліджень. Так, під час вивчення питань центрального проектування студентам пропонується проведення дослідження по утворенню тіні кола, розташованого в одній площині, точкових джерелом (наприклад лампою розжарення чи ліхтарика) на іншу площину (наприклад

листок паперу), розглянувши різні можливі положення кола та джерела світла. Оскільки студенти вважають (що підтверджують результати опитувань) що тінню кола буде лише еліпс, то вони здивуються, отримавши гіперболу, параболу. Або ж, наприклад, дати завдання: розв'язати задачу за допомогою досліду, а потім знайти теоретичне обґрунтування отриманих результатів: «В евклідовому просторі дано відрізок АВ, точка S, що не належить прямій АВ, і площина, яка не проходить через S. Які фігури можуть бути образами відрізка АВ при центральному проектуванні цього відрізка із точки S на задану площину?». Як правило студенти вважають, що образом відрізка є відрізок (що підтверджують результати опитувань) і дивуються отримавши, наприклад, два промені. Ці завдання сприяють підвищенню зацікавленості предметом та розвитку просторової уяви. Після виконання таких завдань студентами без особливих труднощів розв'язуються задачі типу: «Які фігури можна отримати в результаті центрального проектування в евклідовому просторі з однієї площини на іншу: а) кута, б) трикутника?».

Таким чином використання різних засобів навчання під час викладання проєктивної геометрії, вдале їх поєднання, дає змогу розвивати у студентів-математиків просторову уяву, а також полегшити сприйняття ними навчального матеріалу.

При подальшій роботі над цими питаннями є можливість розробки електронного посібника по даному курсу, а також методики використання комп'ютерних програм на практичних заняттях, де їх застосування сприятиме кращому засвоєнню теоретичного матеріалу та розвитку просторової уяви.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бреус И. А. Развитие пространственного воображения будущих учителей математики в процессе их геометрической подготовки: Дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. – Ростов на Дону, 2002. – 243 с.
2. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся / И.С. Якиманская, В.С. Столетнев и др.; Под ред. И.С. Якиманской. – М.: Педагогика, 1989. – 221 с.
3. Корнеєва А.М. Методика формування просторової уяви студентів у процесі навчання нарисної геометрії з використанням динамічних стереоскопічних моделей: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Східноукраїнський національний ун-т ім. Володимира Даля. – Луганськ, 2006. – 276 с.
4. Корнеєва А.М. Психолого-педагогічні основи просторової уяви // Теоретичні і прикладні проблеми психології: Зб. наук. пр. – Луганськ: СНУ ім. В. Даля. – 2006. – Вип. № 2(13). – С. 132–140.

5. Никулина Е.В. Развитие пространственного воображения у студентов-математиков классического университета при подготовке к педагогической деятельности: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 – Ярославль, 2001. – 163 с.

О развитии пространственного мышления студентов педагогических вузов на примере изучения геометрии / Г.Н. Никитина, Л.Ф. Культина, А.Н. Пыжьянова // Математика в школе. – 1995. – № 4. – С. 32–36.