

ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ СІЛЬСЬКОЇ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

Одним із найважливіших напрямів реформування загальної середньої освіти є поступовий перехід на профільне навчання у старшій школі, що значно розширює можливості старшокласників у здобутті якісної середньої освіти, посилює їхню конкурентоспроможність на сучасному ринку праці або при вступі до вищого навчального закладу.

Основні ідеї профільного навчання задекларовані в Національній доктрині розвитку освіти України в XXI столітті, Законі України «Про загальну середню освіту», Концепції профільного навчання у старшій школі та інших нормативно-правових актах у галузі освіти, де визначено мету, спрямованість, форми організації та змістове наповнення такого виду навчання [3, 4, 5].

Різні підходи до визначення сутності, мети й завдань профільного навчання, а також можливостей його реалізації в умовах сільської загальноосвітньої школи викликають неоднозначне розуміння шляхів його організації [6].

Проблеми, пов'язані з соціально-професійним самовизначенням старшокласників, їхньою спеціалізованою підготовкою, набувають професійно значущого характеру, розпочинаючи з рівня допрофільної підготовки учнів випускних класів основної школи і профільного навчання [1, 2].

На етапі допрофільного навчання актуальним є питання співвідношення фундаментального і прикладного компонентів змісту освіти, передусім прикладної спрямованості математики як одного з основних чинників підвищення ефективності професійної підготовки сільських школярів.

Як свідчить практика, прикладна спрямованість навчання математики реалізується в основному у процесі розв'язування задач різних рівнів складності, породжених, як правило, певними виробничими потребами.

Для поглиблення знань учнів варто практикувати індивідуальні завдання, що пов'язані з економічними розрахунками, обчисленням площ, об'ємів приміщень, зерносховищ, буртів картоплі, буряків тощо.

Наведемо приклади задач з математики, об'єднаних сільськогосподарською тематикою.

Важливим елементом сільськогосподарської діяльності є сезонні польові роботи: оранка, боронування, сів, збирання врожаю та ін. Розпочинається оранка. Перевертання шару ґрунту плугом (без передплужника) під час оранки можна умовно розглядати як послідовне переміщення прямокутника ABCD. Припускаючи, що шар ґрунту не деформується і його розміри $BC = a$ – глибина оранки і $BA = b$ – ширина захвату плуга не змінюються. Відрізаний шар ABCD під дією плуга спочатку

повертається навколо вершини А до вертикального положення $A_1B_1C_1D_1$, а потім – навколо вершини D_1 , поки ляже до раніше відрізаного шару.

Збільшення глибини оранки при фіксованій ширині, тобто збільшення сторони D_1A_2 прямокутника $D_1A_2B_2C_2$, може спричинити те, що центр О маси шару спроекується зліва від точки D_1 і шар після проходження плуга відвалиться у борозну. Тому важливо не перевищувати допустиме відношення глибини до ширини захвату плуга.

Задача 1.

Граничне відношення $a/b=k$. Це випадок нестійкої рівноваги, тому що точка О проєкується у вершину D_1 . Визначимо k .

Оскільки $BD_1 = AD_1$, то й $D_1D_1' = AB = b$, $D_1B_2C_2 = D_1'D_1A_2'$ (як кути зі взаємно перпендикулярними сторонами), то $\square B_2C_2D_1$ і $\square D_1A_2'D_1'$ подібні. Тому $D_1B_2/D_1C_2 = D_1D_1'/D_1A_2'$; $(a_1 + b_1)^{1/2}/b = b/a$, $(a/b)l + 1 = (b/a)l$; $kl + 1 = 1/kl$; $k^4 + kl - 1 = 0$, $k = ((5)^{1/2} - 1/2)^{1/2} = 0,786$.

Отже, глибина оранки не повинна перевищувати 0,78 ширини захвату плуга. Для стандартного плуга з шириною захвату 35 см глибина оранки має становити 27 см.

Задача 2.

Сила тяги плуга. Зниження витрат енергії на оранку можна досягнути вибором оптимального напрямку сили тяги плуга. Максимальне зниження буде за умови, якщо напрямок сили тяги збігається з напрямком найменшої за модулем сили, яка достатня для зрушення плуга з місця. Знайдіть оптимальний напрямок сили тяги плуга, якщо коефіцієнт тертя між сталлю і ґрунтом дорівнює 0,5.

(Відповідь: модуль сили F досягає найменшого значення, якщо вона складає з горизонтом кут нахилу $26^\circ 30'$).

Агротехнічні умови вимагають, щоб борозенки були на однакових відстанях одна від одної. Проте зуби борони мають бути на більшій відстані один від одного, ніж борозенки (інакше борона працюватиме як граблі).

Зрозуміло також, що ніякі два зуби не повинні бути розташовані один за одним. Ці умови задовольняє конструкція борони.

Розглянемо паралелограм $OABC$, в якому висота AD ділить основу OC у відношенні 2 : 3. Поділимо його на 25 менших, але теж рівних паралелограмів. Ми одержали креслення сітки, яка є контуром борони.

Задача 3.

Скільки борозенок залишають зуби борони, якщо вона рухається в напрямі AD ? Довести, що відстані між будь-якими двома борозенками однакові.

Нехай $OD = d$. Позначимо через a_k координати проєкції (в напрямі AD) точки A_k ($k = 1, 2, 3, 4$) на числову вісь Ox . Оскільки $OA_1 = 1/5 OA$, то за теоремою Фалеса $a_1 = d/5$, аналогічно $a_2 = 2/5 d$, $a_3 = 3/5 d$, $a_4 = 4/5 d$.

Позначимо через S_k ($k = 1, 2, \dots, 20$) зуб, який утворює (зліва направо) k -ту борозну, а через s_k – координату його проєкції на вісь Ox . Нехай T – паралельне перенесення в напрямі вісі Ox на відстань $d/2$. Оскільки $S_1 = T(A_1)$, $S_2 = A_4$, $S_3 = T(A_2)$, $S_4 = D$, $S_5 = T(A_5)$, $S_6 = T(S_1)$, то $s_1 = a_1 + d/2 = 7/10$

$d, s_2 = a_4 = 8/10 d, s_3 = a_4 + d/2 = 9/10 d, s_4 = d, s_5 = a_3 + d/2 = 11/10 d, s_6 = s_1 + d/2 = 12/10 d.$

Для кожної сільськогосподарської культури визначено науково обґрунтовану оптимальну кількість рослин, які мають проростати на 1 га. Тому перед посівом розраховують норму висівання насіння на 1 га, щоб забезпечити потрібну густоту рослин. Підвищення інтенсивності проростання насіння лише на 1% дає додатково 800 ешелонів зерна.

Задача 4.

У процесі обертання катушки сівалки частина насіння потрапляє в жолобок, а решта опиняється між катушкою і дном (активний шар). Швидкість руху насіння в активному шарі змінюється відповідно до його товщини за законом $v(x) = v_0(x)(1 - x/c)$, де v – лінійна швидкість катушки, c – ширина активного шару, k – стала величина, що залежить від культури висівання (наприклад, для пшениці $k = 2,6$, для льону $k = 1,7$). Під час конструювання сівалки треба розрахувати масу насіння, що викидається не лише з жолобків катушки, а й з активного шару.

З активного шару за одиницю часу викидається насіння у формі циліндра, поперечним перерізом якого є криволінійна трапеція. Тому шукана маса $m = \rho l v_0 \int_0^c (1 - x/c)^k dx$, де ρ – густина насіння, l – довжина катушки, $v = v_0$.

Оскільки $F(x) = x^{k+1}/k + 1$ – первісна функції $f(x) = x^k$, то функція $\Phi(x) = -cF(1 - x/c) = -c/k + 1 (1 - x/c)^{k+1}$ є первісною функції $f(1 - x/c) = (1 - x/c)^k$. Тому $\int_0^c (1 - x/c)^k dx = \Phi(c) - \Phi(0) = c/k + 1$, звідки $m = \rho l v_0 c / (1 + k)$.

(Відповідь: $m = \rho l v_0 c / (1 + k)$, де l – довжина катушки).

Водночас з підтриманням продуктивності наявних земель посівні площі збільшують завдяки осушуванню й зрошуванню заболочених місцевостей, регулюванню русел річок і поверхневого стоку вод, закріпленню пісків, ярів тощо. Усе це – меліоративні роботи (від лат. *melioratio* – поліпшення). Їх мета – підвищити родючість ґрунту.

Площу S поперечного перерізу каналу називають живим перерізом, а межу l цього каналу – його змоченим периметром. На основі теоретичних положень і практичних розрахунків з'ясовано, що серед каналів з заданим живим перерізом найбільшою пропускною здатністю та найменшою фільтрацією характеризуються канали з найменшим змоченим периметром. Вони мають гідравлічно найвигідніший профіль.

У меліоративній практиці споруджують канали або лотки з поперечним перерізом у формі прямокутника, трикутника, трапеції й сегмента круга.

Проектуючи такі канали, прагнуть наблизити величину живих перерізів до гідравлічно найвигідніших, тобто досягти таких метричних співвідношень елементів каналу, за яких величина l має найменше значення (при заданих S і m). У цьому випадку тertia води об дно й стіни каналу є найменшою. Тому швидкість і пропускна здатність каналу найбільші. Одночасно зменшуються витрати на утримання каналу. Важливо розрахувати найвигідніший гідравлічний профіль для каналів зазначених форм.

Задача 5.

Припустимо, що переріз каналу – рівнобедрена трапеція з кутом

нахилу α , таким, що $\operatorname{ctg} \alpha = m$. При якому відношенні ширини дна до його глибини канал матиме гідравлічно найвигідніший профіль?

Нехай ширина каналу b , а його глибина h . Тоді $BC = h \operatorname{ctg} \alpha = mh$, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = h^2 + m^2 h^2$; $S = 1/2 h(2b + 2hm) = bh + mh^2$. (1)

Розв'язавши рівняння (1) $l = b + 2AO = b + 2h \sqrt{1 + m^2}$ ($0 < h$), отримуємо $b = S - mh^2/h$, тому $l(h) = S/h - mh + 2h \sqrt{1 + m^2}$ ($0 < h$).

За допомогою похідної знаходимо, що функція l досягає найменшого значення на інтервалі $]0; l[$ при $h_0 = S/2(1 + m^2) - m$.

Шукане відношення дорівнює: $b : h_0 = (S : h_0^2) - m = 2(1 + m^2 - m)$.

Якщо переріз каналу – сегмент круга, то гідравлічний профіль залежить від центрального кута α ($0 < \alpha$).

Живий переріз каналу обчислимо як різницю площ сектора і трикутника: $S = 0,5R^2(\alpha - \sin \alpha)$. Звідки: $R = 2S/\alpha - \sin \alpha$, тому змочений периметр $l(\alpha) = R\alpha = 2S \alpha^2/\alpha - \sin \alpha$.

Дослідимо функцію $f(\alpha) = \alpha^2/\alpha - \sin \alpha$ при $0 < \alpha < \pi$:

$f'(\alpha) = \alpha(1 + \cos \alpha) - 2\sin \alpha/(\alpha - \sin \alpha)^2$.

Оскільки $\sin \alpha < \alpha$ і $\alpha/2 < \operatorname{tg} \alpha/2$ на розглядуваному інтервалі, то похідна на ньому визначена і від'ємна. Тому f і l спадають на цьому інтервалі, причому l (оскільки вона неперервна) досягає на ньому найменшого значення при $\alpha = \pi$. Отже, перерізом каналу має бути півколо.

Практичні роботи, пов'язані з економічними розрахунками, є важливим дидактичним засобом, що не лише збуджує інтерес до вивчення математики і сприяє поглибленню знань, а й відіграє велике значення в професійній орієнтації школярів.

Такі роботи виконуються успішно, якщо учням чітко поставлено запитання, на які вони мають самостійно знайти відповідь.

Подаємо приклади деяких практичних робіт.

Тема. Визначення річної потреби тваринницького комплексу в сіні.

Дані, потрібні для виконання цієї роботи, учні отримують під час екскурсії на тваринницький комплекс.

Роботу оформляють за таким планом:

1. Кількість голів великої рогатої худоби.
2. Тривалість стійлового періоду.
3. Добова витрата сіна на 1 голову.
4. Маса 1 м^3 сіна.

Кількість скирт, які потрібні для зберігання сіна, якщо розміри однієї скирти – $8 \times 25 \times 4 \text{ м}$.

Тема. Встановлення кошторисної вартості ремонту тваринницького комплексу.

(Роботу бажано проводити під час вивчення теми «Дії з додатними дробами»).

Учням пропонується завдання: на тваринницькому комплексі треба обштукатурити $0,3$ площі стін, а також повапнити внутрішні та зовнішні стіни.

Перед виконанням роботи з'ясуємо, які параметри й величини потрібно

знати для її виконання:

1. Вартість штукатурення 1 м^2 стіни.
2. Вартість вапнування 1 м^2 внутрішньої стіни.
3. Вартість вапнування 1 м^2 зовнішньої стіни.

Школярі визначають розміри тваринницького комплексу (6 приміщень): площі всіх стін, які треба поштукатурити й повапнувати; площі вікон і дверей; вартість штукатурних робіт і вапнування; вартість ремонту.

Тема. Визначення обсягу робіт, виконаних бригадою механізаторів (в гектарах умовної оранки).

(Роботу проводимо під час вивчення властивостей функції $y=kx$).

Подаємо учням інформацію про виконання робіт бригадою: оранка на зяб – 120 га, боронування – 250 га, збирання зернових – 120 га, очищення зерна – 450 ц, косовиця трав – 40 га, а також ознайомлюємо їх з таблицею коефіцієнтів переведення робіт у гектари умовної оранки.

Види робіт	Одиниця, що переводиться	Коефіцієнт переведення
Оранка на зяб	га	1,2
Боронування	га	0,05
Збирання зернових	га	0,9
Косовиця трав	га	0,17
Очищення зерна	т	0,2

Нехай x – обсяг робіт окремого виду, y – величина цього обсягу в гектарах умовної оранки. Учні мають виразити залежність між цими величинами й побудувати графік залежності для кожного виду робіт.

Тема. Визначення потреб фермерського господарства в добривах.

Виконуючи цю роботу, учні використовують орієнтовну таблицю економічно доцільних норм внесення мінеральних добрив для відповідної сільськогосподарської культури.

Культура	Мінеральні добрива (ц/га)	Органічні добрива (ц/га)
Озима пшениця	8-9	10-15
Картопля	10-11	30-35
Цукрові буряки	18-20	20-25
Кукурудза на зерно	9-11	20-25
Кукурудза на силос	9-11	20-25
Соняшник	5-7	–

Учні, виконуючи потрібні обчислення, складають таку таблицю:

Культура	Площа (га)	Мінеральні добрива	Органічні добрива
Озима пшениця	600		

Картопля	80		
Цукрові буряки	400		
Кукурудза на зерно	250		
Кукурудза на силос	200		
Соняшник	120		

Однією з ефективних форм діяльності старшокласників, які навчаються в умовах сільської загальноосвітньої школи, є проведення екскурсій на різні сільськогосподарські об'єкти: польовий стан, тваринницький комплекс, ремонтно-тракторну станцію, бухгалтерію, лісопильний цех, що можна здійснити як в урочний, так і позаурочний час.

Після вивчення теми «Площі фігур» проводимо урок-екскурсію в поле, де є яр або дорога, щоб ознайомити учнів з формами полів і навчити їх визначити посівну площу та прибуток з певної ділянки.

Урок можна провести за таким планом:

1. Форми полів.
2. Рекультивация земель.
3. Практична робота.

1. Агроном фермерського господарства розповідає учням про те, що конфігурація полів має важливе значення для ефективного використання сільськогосподарської техніки. Більшість з них має форму прямокутника, зручну для обробітку. Продуктивність праці на полі прямокутної форми більша, оскільки сільськогосподарські машини здійснюють менше поворотів і холостих проїздів, ніж на полях квадратної форми такої ж площі. Спеціалісти підраховали, що на полях прямокутної форми з відношенням сторін 1:3 або 1:5 створюються найкращі умови для обробітку. Поля квадратної форми – це здебільшого невеликі зрошувальні ділянки для вирощування овочів. Поля трикутної форми або у формі трапеції зустрічаються там, де є господарські забудови, яри чи інші перешкоди.

2. Щоб збільшити площу орної землі, бажано не допускати зайвих забудов, не прокладати доріг на полях. Після закінчення робіт, що порушують ґрунт (прокладання доріг чи трубопроводів, землерийні роботи тощо), проводять його рекультивацию, тобто відновлення: знімають родючий шар товщиною 40-120 см і згортають в окреме місце, а після закінчення робіт цей шар ґрунту розгортається на відповідній ділянці.

3. Для виконання цієї роботи потрібні такі дані:

1) витрати на 1 га: а) зарплата механізаторів; б) вартість пального; в) амортизаційні витрати; г) поточний ремонт; д) вартість насіння; е) інші витрати;

2) заготівельна ціна пшениці.

Визначають:

а) загальну площу поля; б) площу, яку займає яр; в) посівну площу поля; г) вартість урожаю з 1 га; д) чистий прибуток з 1 га; е) чистий прибуток з усієї засіяної площі; є) втрати врожаю (у ц) та грошові втрати на незасіяній ділянці.

Виконуючи практичну роботу, учні дізнаються, як боротися з

поширенням ярів: невеликі серед них треба загортати, а вздовж периметра великих насаджувати дерева та кущі.

Урок-екскурсія до бухгалтерії фермерського господарства.

Тематичний план екскурсії:

- роль математики в розв'язанні сільськогосподарських завдань;
- математичні моделі в економіці;
- практична робота.

Математика відіграє важливу роль у розв'язанні різноманітних завдань. Зокрема, математичні методи успішно застосовуються під час розв'язування багатьох задач управління сільським господарством: аналіз процесів розширеного виробництва, визначення темпів і пропорцій його розвитку, аналіз ефективності розміщення виробництва і капітальних вкладів, оптимізація використання ресурсів, постачання господарства матеріалами й технікою.

Учні ознайомлюються з найпростішими математичними формулами, які економісти сільського господарства використовують у своїй повсякденній роботі.

Нехай C – собівартість одиниці продукції, Z_0 – загальні витрати на виробництво продукції, Z_p – витрати на виробництво побічної продукції, V_z – валовий збір основної продукції. Тоді $C = (Z_0 - Z_p) / V_z$.

Нехай φ_0 – коефіцієнт використання вантажопідйомності автомобіля, трактора, причепа; $\Sigma \varphi$ – фактична сумарна маса перевезеного вантажу, $\Sigma \varphi_n$ – нормативна сумарна вантажопідйомність транспортних засобів. Тоді $\varphi_0 = \Sigma \varphi / \Sigma \varphi_n$.

Нехай U – продуктивність праці, q – кількість виробленої продукції, T – час, затрачений на її виробництво. Тоді $U = q / T$.

За формулою $y(x) = ax + b$ обчислюється залежність урожайності від внесених добрив; $y(x) = a + b/x$ – залежність вартості продукції від урожайності культур; $y(x) = ax + b + cx^2$ – залежність рентабельності виробництва від його розмірів; $y(x) = ax^b$ – залежність фонду оплати праці від валового доходу (a та b – параметри, які залежать від конкретних умов виробництва). За допомогою ЕОМ складаємо таблиці для їх обчислення.

Звертаємо увагу учнів на те, які фактори впливають на зниження собівартості продукції: зменшення затрат праці на виробництво продукції, підвищення врожайності, економне витрачання добрив, запобігання їх втратам під час перевезення.

Під час вивчення теми «Поверхня і об'єм призми» проводимо урок-екскурсію в поле, де здійснюються земляні меліоративні роботи.

План уроку:

1. Вступна бесіда (проводить інженер-меліоратор).
2. Практична робота. Визначення об'єму ґрунту, знятого для рекультивациі під час прокладання зрошувального каналу. Знаходження площі бетонних плит, потрібних для облицювання стін і дна водосховища.

Наприклад, будується зрошувальна система. Довжина її 20 км. Канави

для прокладання труб риються глибиною 1,5 м, шириною 1,1 м. Для збереження землі впродовж каналу знімається шар ґрунту шириною 2,2 м і глибиною 40 см. Якщо труби вкладено, канали засипають, а ґрунт розгортається на попередньому місці. Відновлену площу знову можна засівати. Учні виконують такі завдання:

1. Визначити об'єм ґрунту, який знято для рекультивації.
2. Яку площу поля збережено завдяки рекультивації?
3. Визначити площу поверхні водосховища, яку треба покрити облицювальними плитами (дно і бічні стіни).
4. Скільки бетонних плит, розмір яких – 1,5 х 4 м, треба для облицювання внутрішньої поверхні водосховища?
5. Визначити об'єм водосховища.

Удосконалення шкільної математичної освіти (в тому числі профільного навчання у старшій школі) передбачає пошук інноваційних шляхів і форм роботи, що уможливить формування в учнів навичок самоосвіти, дослідницької діяльності, вмінь здійснювати такі розумові операції, як аналіз, синтез, порівняння, аналогія та ін.

Значну роль у розв'язанні проблеми прикладної спрямованості математики відіграють міжпредметні зв'язки. Розв'язування задач з елементами природознавства, ботаніки, фізичної географії, астрономії тощо на уроках математики сприяє формуванню в учнів наукового світогляду, розвитку економічних знань, вихованню бережливого ставлення до природи, ефективному засвоєнню природничих дисциплін у цілому.

До ефективних форм роботи, що значно посилюють інтерес до вивчення математики належать:

- організація діяльності наукових шкільних товариств, клубів за інтересами, гуртків;
- проведення конференцій, диспутів, вечорів, вікторин тощо.

За типологією найефективнішими в умовах здійснення допрофільної підготовки та профільного навчання є уроки-семінари, -лекції, -практикуми з розв'язування задач, -конференції, -виконання практичних робіт та ін.

Такі форми роботи вимагають від учнів самостійної розумової діяльності, свідомого активного засвоєння знань, сприяють формуванню в них нестандартного мислення.

Доцільним є використання комп'ютерів у процесі розв'язування задач, об'єднаних сільськогосподарською тематикою, тому що основна мета – не вироблення певних технічних прийомів і навичок, а використання набутих теоретичних знань для створення відповідної математичної та інформаційної моделей.

Отже, на всіх етапах навчання профільна підготовка учнів спрямована на реалізацію системи підцілей: набуття базової й спеціалізованої освіти; формування гармонійної особистості; розвиток її творчих задатків, соціальне і професійне самовизначення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Боровский А.Б., Потапенко Т.М., Щекин Г.В. Система методов профессиональной ориентации. – К.: МЗУУП, 1993. – 164 с.
2. Вітьковська О.І. Професійне самовизначення особистості і практичні аспекти професійної консультації. – К.: Науковий світ, 2001. – 92 с.
3. Закон України «Про загальну середню освіту», Освіта України. Нормативно-правові документи. – К.: Міленіум, 2001. – 472 с.
4. Концепція профільного навчання в старшій школі // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2003. – № 24. – С. 3-15.
5. Національна доктрина розвитку освіти України у ХХІ столітті. – К.: Шкільний світ, 2001. – 23 с.
6. Шиян Н.І. Профільне навчання у школах сільської місцевості: теорія і практика. – Полтава: АСМІ, 2004. – 442 с.