

ВИКОРИСТАННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ В ЕКОНОМІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ

На сьогоднішній день економічна освіта набуває особливого значення в Україні на етапі ринкових перетворень і демократизації суспільства. Тому підготовка майбутніх економістів держави потребує уваги.

Сучасний економіст крім досконалих знань зі спеціальності, повинен ще й вільно володіти математичним апаратом із метою розрахунку та моделювання реальних економічних процесів. Для цього він має не лише володіти знаннями з відповідних математичних дисциплін, а й уміти правильно застосовувати здобуті знання на практиці.

Поняття визначеного інтеграла широко використовується у економіці. Інтеграл – одне з найважливіших понять математики, що виникло у зв'язку з потребою, з однієї сторони відшукувати функції по їхніх похідних (наприклад, знаходити функцію, що виражає шлях, пройдений точкою, що рухається, по швидкості цієї точки), а з іншого боку – вимірювати площі, обсяги, довжини дуг, роботу сил за певний проміжок часу й т.д. Символ інтегралу уведений Лейбніцем. Цей знак є зміною латинської букви S (першої букви слова сума). Саме слово інтеграл придумав Я. Бернуллі [2].

Поняття визначеного інтеграла широко використовується у економіці, тому розглянемо декілька задач економічного змісту.

Нехай $V(x)$ буде функцією загальних витрат на виробництво x одиниць продукції, $V'(x)$ – функція маргінальних витрат. Тоді визначений інтеграл:

$$\int_a^b V'(x) = V(x) \Big|_a^b = V(b) - V(a),$$

дорівнює зміні загальних витрат при зростанні кількості виробленої продукції від a до b [3].

Аналогічно, якщо $D'(x)$ та $P'(x)$ – функції маргінального прибутку та прибутку, відповідно, то зміни доходу та прибутку при зростанні реалізації виробленої продукції від a до b одиниць обчислюється за формулами:

$$\int_a^b V'(x) dx = D(b) - D(a), \quad \int_a^b P'(x) dx = P(b) - P(a)$$

Розглянемо застосування визначеного інтеграла для обчислення прибутку підприємства.

Нехай $V(t)$, $D(t)$, $P(t)$ – загальні витрати, дохід та прибуток, що змінюються з часом. Тоді $P(t) = D(t) - V(t)$ або $P'(t) = D'(t) - V'(t)$.

Максимум загального прибутку за час t_1 можна знайти за формулою:

$$P'(t) = \int_0^{t_1} [P'(t)] dt = \int_0^{t_1} [D'(t)] - V'(t) dt.$$

Розглянемо задачу. Швидкості зміни витрат та доходу підприємства після початку його діяльності визначається формулами:

$V'(t) = 5 + 2t^{\frac{2}{3}}$ та $D'(t) = 17 - t^{\frac{2}{3}}$, де V і D вимірювалися мільйонами гривень, а t вимірювали роками. Визначити, як довго підприємство було прибутковим та знайти загальний прибуток, який було одержано в цей час.

Розв'язання: Оптимальний час t_1 для прибутку підприємства одержимо з умови: $D'(t) = V'(t)$. тобто: $5 + 2t^{\frac{2}{3}} = 17 - t^{\frac{2}{3}}$, звідси $3t^{\frac{2}{3}} = 12$, $t^{\frac{2}{3}} = 4$, $t = 4^{\frac{3}{2}} = 8$.

Отже, підприємство було прибутковим 8 років. Знайдемо яких прибуток воно отримало:

$$P = [D'(t) - V'(t)] dt = \int_0^8 [17 - t^{\frac{2}{3}} - 5 - 2t^{\frac{2}{3}}] dt = \int_0^8 (12 - 3t^{\frac{2}{3}}) dt = \left(12t - 3 \frac{t^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} \right) = 96 - \frac{9}{5} \cdot 32 = 38,9$$

Таким чином, за 8 років підприємство одержало прибутку 38,9 млн. грн. [1, с. 267].

Список використаних джерел:

1. Власенко А. Застосування визначеного інтеграла в економіці [Електронний ресурс] / Власенко А. – Режим доступу : <http://www.pdaa.edu.ua/sites/default/files/studconf/266.pdf>
2. Соколенко О. І. Вища математика : навч. посібник / Соколенко О. І. – К. : Вища шк., 1994. – 271 с.: іл.
3. Барковський В. В. Математика для економістів: вища математика / Барковський В. В., Барковська Н. В. – К. : Національна академія управління, 1997. – 397 с.