

Інна Марцін, Вікторія Бабій
Науковий керівник: к. фіз.-мат.н. Поліщук Т. В.

ПАРАДОКСИ В МАТЕМАТИЦІ

Кількість існуючих парадоксів досить велика. Вони присутні скрізь – і в повсякденному житті, і в науці. Практично в кожній науковій галузі досліджень існують свої парадокси. Навіть такі точні, строгі і несуперечливі науки, як логіка і математика не змогли залишитися осторонь.

Парадокс – це формально-логічна суперечність, яка полягає в тому, що в процесі доведення створюються умови для одночасного доказу істинності і хибності певного висловлювання, причому доведення істинності цього висловлювання неодмінно веде до визнання його хибності і навпаки.

Кожен парадокс спирається на велику кількість визначень, припущень і аргументів. Його висновок в теорії представляє собою деякий ланцюжок міркувань. Формально, можна піддати сумніву будь-яку його ланку, відкинути його і тим самим розірвати ланцюжок та усунути парадокс. У більшості випадках так і роблять, і цим обмежуються. Але це ще не вирішення парадоксу. Мало знайти спосіб як його виключити, треба переконливо обґрунтувати запропоноване рішення. Саме сумнів у якомусь кроці, що веде до парадоксу, має бути добре обґрунтовано.

Перш за все, рішення про відмову від якихось логічних засобів, що використовуються при виведенні парадоксального твердження, повинно бути пов'язане з нашими загальними міркуваннями щодо природи логічного доказу та іншими логічними інтуїціями. Якщо цього немає, усунення парадоксу виявляється позбавленим твердих і стійких основ і виходжується, переважно, в технічні завдання [1, с. 94].

Основними представниками теорії парадоксів були: Георг Кантор, Дітріх Браєс, Бертран Расселом, Дж. Дж. Беррі.

Кантор – творець теорії множин, назвав уявний акт «згортанням». У результаті виникає абстрактний, уявний предмет. Від рівня реально існуючих предметів ми піднімаємося на вищий ієрархічний рівень пізнання і потрапляємо у світ абстрактних понять. Продовжуючи процес сходження до все більш і більш абстрактних понять, ми одночасно будемо переходити і на нові, більш високі ієрархічні рівні пізнання.

Парадокс Браєса стверджує, що збільшення пропускної потужності мережі за умови, що суб'єкти руху самі обирають свій маршрут, може знизити загальну продуктивність. Причиною цього є те, що рівновага Неша для таких систем не обов'язково оптимальна в сенсі оптимальності за Парето [2, с. 38].

Найпростішим прикладом парадоксу Браєса може бути дорожня мережа. Припустімо, що задана певна мережа доріг, при чому для кожного її вузла відома кількість автомобілів, що виїжджають звідти та пункти призначення цих автомобілів. Одна дорога може бути більш бажаною для водіїв не лише завдяки якості покриття, але і завдяки меншій щільності

потоків інших автомобілів. Якщо кожен водій обиратиме маршрут, який виглядає найбільш сприятливим для нього, то отриманий час перебування в дорозі не обов'язково буде мінімальним. Більш того можна привести приклад, коли перерозподіл трафіку – через будівництво нових доріг – призведе до того, що час в дорозі тільки збільшиться.

Парадокс Беррі – парадокс самореференції, що міститься у фразі «найменше натуральне число, означення якого неможливо вкласти в задане число слів». Уперше парадокс розглянув Бертран Рассел, приписавши авторство Беррі молодшому бібліотекарю Бодліанської бібліотеки в Оксфорді. Беррі знайшов частковий випадок парадокса – «перше невизначене порядкове число».

Оскільки кількість існуючих слів скінченна, то множина всіх фраз, у яких менше 11 слів, є скінченною. Відповідно, скінченною є кількість натуральних чисел, які можна означити множиною таких фраз. Водночас, множина натуральних чисел нескінченна, отже, існують числа, які вимагають для означення принаймні 11 слів. Очевидно, що серед цих чисел, які «неможливо означити менше, ніж 11 словами», існує найменше. Але воно означене вищенаведеною фразою, у якій менше 11 слів. Виникає парадокс: означене фразою число має існувати, але оскільки означення охоплює кожне таке число, то такого числа не існує.

Суперечність виникає через формальну неоднозначність поняття «словесне означення числа».

Парадокс Рассела з'явився істинним потрясінням для тих не багатьох мислителів, які займалися проблемами обґрунтування на рубежі ХХ–ХХІ століття. Парадокс Рассела не має специфічно-математичного характеру. У ньому використовується поняття множини, але не будуть зачіпатися якісь особливі, пов'язані саме з математикою її властивості. Це стає очевидним, якщо переформулювати парадокс в чисто логічних термінах [2, с. 94].

Найвідомішим з відкритих вже в нашому столітті парадоксів є антиномія, виявлена Б. Расселом і повідомлену їм в листі до Г. Фергі. Цю ж антиномію обговорювали одночасно в Геттінгені німецькі математики З. Цермело і Д. Гільберт. Цей парадокс викликав в математиці, на думку Гільберта, ефект повної катастрофи. Нависла загроза над найпростішими і важливими логічними методами, звичайнісінькими і корисними поняттями.

Сучасний американський логік Х. Каррі писав трохи пізніше про цей феномен: «У термінах логіки, відомої в ХІХ столітті. Положення просто не піддавалося поясненню, хоча, звичайно, в наш освічений час можуть знайтися люди, які побачать (або подумають, що побачать), в чому ж полягає помилка».

Антиномія Рассела формулюється так:

Нехай K – множина всіх множин, які не містять себе в якості свого елемента. Чи містить K саме себе в якості елемента? Якщо так, то, за визначенням K , воно не повинно бути елементом K – протиріччя. Якщо ні – то, за визначенням K , воно повинно бути елементом K – знову протиріччя.

Протиріччя в антиномії Рассела виникає через використання поняття множини всіх множин та уявлення про можливість необмеженого застосування законів класичної логіки при роботі з множинами. Для подолання цієї антиномії було запропоновано кілька шляхів.

Дійсно, припустимо, що множина U всіх множин існує. Тоді, повинна існувати множина K , елементами якого є ті, і тільки ті множини, які не містять себе в якості елемента. Однак припущення про існування множини K призводить до антиномії Рассела. Отже, твердження про існування множини U не можливо вивести з цієї теорії, що й треба було довести [3, с. 70].

Отже, минуло близько століття з тих пір, як почалося жваве обговорення парадоксів. З плином часу відношення до парадоксів стало більш спокійним і навіть більш терпимим, ніж у момент їх виявлення. Справа не тільки в тому, що парадокси стали чимось звичним. І, зрозуміло, не в тому, що з ними змирилися. Вони все ще залишаються в центрі уваги логіків і математиків, пошуки їх рішень активно тривають.

Список використаних джерел:

1. Івлєв Ю.В. Логіка. – 2004. – с. 94.
2. Логіка. Елементарний курс. Навчальний посібник: Гардарики; М . – 2001. – С. 34–42.
3. Новосьолов М. М. Абстракція множини і парадокс Рассела / М. М. Новосьолов // Питання філософії. – 2003. – С. 67–77.

Вікторія Марцісь

Науковий керівник: д. і. н., проф. Кривошея Ір. І.

РОЗВИТОК СУЧАСНОЇ УКРАЇНСЬКОЇ МУЗИКИ

Сучасна українська музика досить розвинута, має багато жанрів. Найвідоміші та улюблені українцями жанри: народна, поп, хіп-хоп, електронна, рок-музика, джаз. Розвиваються й класична та духовна музика.

Розвиток сучасної української музики починався із зародження рок гуртів. Вони працювали айтішниками, менеджерами середньої ланки, перукарями, викладачами англійської. Ночами проводили репетиції і на телефон записують перші сингли. Їм не пощастило: народились у країні, в якій не звикли платити за музику і ходити на концерти колективів із незнайомою назвою [1, с. 132].

Так колись у 1992 р. зародився гурт, який запалює серця майже кожному – Океан Ельзи. Молоді, граційні парубки за короткий термін добилися піку слави. Записавши дебютний альбом, який побачив світ у вересні під назвою «Там, де нас нема» вони отримали великі можливості. Пісні гурту посідали перші місця в чартах, їхня ліричність та незвичайний вокал Святослава Вакарчука здобули шанувальників по всій Україні. 14 грудня 2013 р. Океан Ельзи зіграв на підтримку Євромайдану на Майдані