Інна Поліщук

ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ

Задачі з параметрами традиційно входять до завдань вступних іспитів з математики до закладів вищої освіти (зовнішнього незалежного оцінювання) з метою перевірки рівня логічного й абстрактного мислення абітурієнтів, здатності до аналізу й узагальнення, необхідних для подальшого навчання.

Розв'язування задач з параметрами вимагає певного рівня розвитку відповідних типів мислення. Формування у школярів здатності до роботи з такими завданнями вимагає додаткового часу, адже майже неможливо здійснити підготовку до розв'язування задач з параметрами під час вивчення програмного матеріалу. Також існує проблема готовності вчителів до навчання розв'язуванню задач з параметрами під час факультативних чи індивідуальних занять.

У нашій роботі ми розглянемо цілий клас задач з параметром, що ефективно розв'язуються за допомогою аналізу функцій за допомогою похідної [3]. Серед них рівняння, в яких потрібно вияснити, чи має розв'язок те чи інше рівняння і при якому значенні параметра. Ці рівняння зводяться до знаходження екстремальних значень функції або до знаходження їх областей значень.

Приклад 1 [2]. При якому значенні $a \in R$ має розв'язки рівняння

$$\sqrt{x-2}+\sqrt{8-2x}=a.$$

Розв'язання.

Область визначення даного рівняння – інтервал $[2;4]$. Розглянемо на ній функцію f: $f(x)=\sqrt{x-2}+\sqrt{8-2x}$.

Тоді на інтервалі $(2;4)$

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x-2}}-\frac{1}{\sqrt{8-2x}}>0 \Leftrightarrow \sqrt{8-2x}>2\sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x<8 \Leftrightarrow x<\frac{8}{3},$$

так що 8/3 єдина критична точка функції *f*, яка є до того ж точкою максимум, оскільки *f* (2) = 2, *f* (4) = $\sqrt{2}$, *f* (8/3) = $\sqrt{6}$.

Отже, *f* приймає найбільше значення при *x* = 8/3, а найменше значення – при *x* = 4. Так як функція *f* неперервна, то її область значень є інтервал $\left[\sqrt{2};\sqrt{6}\right]$ між її найбільшим і найменшим значенням, тобто дане рівняння має розв'язок , якщо $a\in\left[\sqrt{2};\sqrt{6}\right]$.

Відповідь. $a\in\left[\sqrt{2};\sqrt{6}\right]$

Приклад 2 [1, с. 196]**.** При яких значеннях параметра *a* функція

$$y = (a+2)x^3 - 3ax^2 + 9ax - 2$$

спадає при всіх *x* є *R* ?

Розв'язання. Позначимо задану функцію через *f(x)* і знайдемо її похідну:

$$f'(x) = 3(a+2)x^2 - 6ax + 9a.$$

$y = f(x)$ спадає при всіх *x є R*, якщо $f'(x) < 0$ при всіх *x* є *R*. Нерівність $(a+2)x^2 - 2ax + 3a < 0$ виконується для всіх $x \in (-\infty;\infty)$ лише в випадку, якому відповідає таке графічне тлумачення лівої частини нерівності :

, тобто коли, $\begin{cases} a+2<0 \\ \frac{D}{4}<0 \end{cases}$. Маємо

$$\begin{cases} a+2<0 \\ a^2-3a(a+2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<-2 \\ a-3(a+2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<-2 \\ a<-3 \end{cases}$$

Окремо розглянемо значення $a = -3$ при якому дискримінант $D = 0$ і існує критична точка функції $f(x)$.

При $a = -3$

$$f'(x) = -3x^2 + 18x - 27 = -3(x-3)^2 \leq 0$$

і при переході через $x_{kp} = 3$ f' не змінює знак, тобто $x = 3$ – точка перегину $f(x)$ і $a = -3$ є розвязком.

Зауважимо, що при $a = -2$

$$f'(x) = 12x - 18 = 6(2x-3),$$

при переході через $x_{kp} = -2$ f' змінює знак, тобто $x = -2$ точка екстремуму $f(x)$ і $a = -2$ не є розв'язком.

Відповідь: $a \leq -3$.

Приклад 3 [1, с. 198]**.** При яких a функція

$$f(x) = x^3 + 3(a-7)x^2 + 3(a^2-9)x + 1$$

має додатну точку максимуму?

Розв'язання.

$$f' = 3x^2 + 6(a-7)x + 3(a^2-9).$$

Якщо отримана квадратична функція не має коренів, то $f(x)$ не має критичних точок.

Якщо $f'(x) = 0$ має кратний корінь (*D* = 0), то цей корінь буде критичною точкою, але не буде екстремумом.

Якщо $f'(x) = 0$ має два різні корені $(D > 0)$,то екстремумом-максимумом буде менший з коренів x_1, (бо при переході через точку $x = x_1$ $f'(x)$ змінює знак з «+» на «–»).

За умовою це значення $x = x_1 > 0$, тоді обидва корені квадратичної функції $f'(x)$ додатні:

$$\begin{cases} f'(0) > 0 \\ \dfrac{D}{4} > 0 \\ x_\beta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 9 > 0 \\ 9(a-7)^2 - 9(a^2-9) > 0 \\ -a(a-7) > 0 \end{cases}$$

Відповідь: $a \in (-\infty; -3) \cup \left(3; \frac{29}{7}\right)$.

Приклад 4 [1, с. 202]**.** Знайти всі a, при яких хорда параболи

$$y = -a^2x^2 + 5ax - 4$$

дотикається кривої

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

у точці $x = 2$ і ділиться цією точкою навпіл.

Розв'язання.

$$f'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}\bigg|_{x=2} = 1.$$

Тоді рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ точці $(2; f(2))$ має вигляд $y = x - 3$.

Нехай x_1 і x_2 – абсциси кінців хорди параболи, про яку йдеться в умові. Тоді $x_{1,2}$ є коренями рівняння

$$-a^2x^2 + 5ax - 4 = x - 3 \Leftrightarrow a^2x^2 + (1-5a)x + 1 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$x_1 + x_2 = \frac{5a-1}{a^2}$$

при умові існування коренів $D = (1-5a)^2 - 4a^2 \geq 0$.

За умовою $x = 2$ – абсциса середини хорди, тобто

$$2 = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Тоді шукані значення параметра – розв'язки системи

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ \dfrac{5a-1}{a^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21a^2 - 10a + 1 \geq 0 \\ 4a^2 - 5a + 1 = 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.$$

Відповідь: $a = 1$.

Подані типи завдань можна розглядати на практичних чи гурткових заняттях курсів елементарна математика або математичний аналіз педагогічних університетів для адаптації майбутніх вчителів математики до розв'язування задач з параметрами, а також для перевірки рівня засвоєння теми: «Похідна та її застосування».

Список використаних джерел

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами. – К.: Факт, 2008. – 324 с.
2. Застосування похідної до розв'язування рівнянь, доведення нерівностей, тотожностей : веб-сайт. URL: http://metodportal.com/sites/default/files/mp/2016/02/41950/zastosuvannya_pohidnoji_do_rozvyazuvannya_rivnyan_dovedennya_nerivnostey_totozhnostey.docx (дата звернення: 27.04.2022).
3. Модуль 12. Заняття 13: *Використання похідної для розв'язання задач з параметрами* : веб-сайт. URL: https://www.youtube.com/watch?v=ZK8UV-J2VGA (дата звернення: 27.04.2022).

Катерина Попсуй

ЛЕКСИЧНІ ТРАНСФОРМАЦІЇ В УКРАЇНСЬКОМУ ПЕРЕКЛАДІ НОВЕЛИ О. ГЕНРІ «ВОЖДЬ ЧЕРВОНОШКІРИХ»

Різниця у граматичних структурах та лексичному складі мов створює труднощі під час перекладу будь-якого тексту іноземною мовою. У кожної конкретної мови семантична структура слова унікальна, тому неоднаковість лексичних систем мови оригіналу та мови перекладу зумовлює використання лексичних трансформацій, що можна охарактеризувати, як відхилення від словникових відповідників.

Трансформації в перекладі використовують для досягнення еквівалентності / адекватності текстів оригіналу та перекладу.

За визначенням О. О. Селіванової, «це перетворення, модифікація форми, або змісту і форми, зокрема, з метою збереження відповідності комунікативного впливу на адресатів оригіналу й перекладного тексту» [5, с. 42]. За словами дослідниці, трансформації представлені одиницями різних мовних рівнів.

Мета статті – проаналізувати трансформації лексичного рівня, використані в українському перекладі новели О. Генрі «Вождь червоношкірих».

Для характеристики перекладацьких прийомів використовуємо класифікацію перекладацьких трансформацій О. О. Селіванової, яка пропонує розглядати формальні та формально-змістові трансформації, серед останніх виокремлює прагматичні [5, с. 46].

«Формально-змістові трансформації на лексичному рівні в перекладі представляють словникові відповідники лексем, що отримують в мові перекладу неоднаковий із вихідною одиницею семний набір (О. О. Селіванова). На лексичному рівні формально-змістові трансформації мають…два плани вираження: денотативний і конотативний» [5, с. 135].

Так, у наведеному реченні спостерігаємо кілька перекладацьких трансформацій. *«We knew that* ***Summit*** *couldn't get after us with anything stronger than* ***constables*** *and, maybe, some* ***lackadaisical bloodhounds*** *and a*